SET-1

Series : 1PQRS

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/1/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घण्टे | *अधिकतम अंक : 80*

Time allowed : 3 hours | *Maximum Marks : 80*

- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं ।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।**
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **23** printed pages.
- Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **38** questions.
- **Please write down the serial number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. {}

2413-1

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में कुल* ***38*** *प्रश्न हैं ।* ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।***

(ii) *यह प्रश्न-पत्र* ***पाँच*** *खण्डों में विभाजित है – खण्ड-**क, ख, ग, घ** एवं* ***ङ*** *।*

(iii) *खण्ड –* ***क*** *में प्रश्न संख्या* ***1*** *से* ***18*** *तक बहुविकल्पीय तथा प्रश्न संख्या* ***19*** *एवं* ***20*** *अभिकथन एवं तर्क आधारित* ***1*** *अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) *खण्ड –* ***ख*** *में प्रश्न संख्या* ***21*** *से* ***25*** *तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के* ***2*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) *खण्ड –* ***ग*** *में प्रश्न संख्या* ***26*** *से* ***31*** *तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के* ***3*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) *खण्ड –* ***घ*** *में प्रश्न संख्या* ***32*** *से* ***35*** *तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के* ***5*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) *खण्ड –* ***ङ*** *में प्रश्न संख्या* ***36*** *से* ***38*** *प्रकरण अध्ययन आधारित* ***4*** *अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड –* ***क*** *के अतिरिक्त अन्य खण्डों के कुछ प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग* ***वर्जित*** *है ।*

खण्ड – क

प्रश्न **1** से **20** तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है ।

1. यदि $2 \cos^{-1}x = y$ है, तो **1**

(A) $0 \le y \le \pi$ (B) $-\pi \le y \le \pi$

(C) $0 \le y \le 2\pi$ (D) $-\pi \le y \le 0$

2. निम्न में से कौन सी एक पंक्ति-आव्यूह की कोटि नहीं हो सकती ? **1**

(A) 2×1 (B) 1×2

(C) 1×1 (D) $1 \times n$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This Question paper contains* ***38*** *questions.* ***All*** *questions are* **compulsory**.

(ii) *Question paper is divided into* ***FIVE*** *Sections – Section* ***A, B, C, D*** *and* ***E***.

(iii) *In Section* ***A*** *– Question Number* ***1*** *to* ***18*** *are Multiple Choice Questions (MCQs) and Question Number* ***19*** *&* ***20*** *are Assertion-Reason based questions of* ***1*** *mark each.*

(iv) *In Section* ***B*** *– Question Number* ***21*** *to* ***25*** *are Very Short Answer (VSA) type questions, carrying* ***2*** *marks each.*

(v) *In Section* ***C*** *– Question Number* ***26*** *to* ***31*** *are Short Answer (SA) type questions, carrying* ***3*** *marks each.*

(vi) *In Section* ***D*** *– Question Number* ***32*** *to* ***35*** *are Long Answer (LA) type questions, carrying* ***5*** *marks each.*

(vii) *In Section* ***E*** *– Question Number* ***36*** *to* ***38*** *are case study based questions, carrying* ***4*** *marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in few questions in all the Sections except Section –* ***A***.

(ix) *Use of calculator is* ***NOT*** *allowed.*

SECTION – A

Question **1** to **20** are multiple choice questions of **1** mark each.

1. If $2\cos^{-1}x = y$, then **1**

(A) $0 \leq y \leq \pi$ (B) $-\pi \leq y \leq \pi$

(C) $0 \leq y \leq 2\pi$ (D) $-\pi \leq y \leq 0$

2. Which of the following cannot be the order of a row-matrix ? **1**

(A) 2×1 (B) 1×2

(C) 1×1 (D) $1 \times n$

3. उपयुक्त कोटि के दो आव्यूहों के लिए निम्नलिखित में से कौन सा/से गुण सत्य है/हैं ? **1**

(i) $(A + B)' = A' + B'$ (ii) $(A - B)' = B' - A'$

(iii) $(AB)' = A'B'$ (iv) $(kAB)' = kB'A'$ (k एक अदिश है)

(A) केवल (i) (B) (i), (ii) तथा (iii)

(C) (i) तथा (ii) (D) (i) तथा (iv)

4. यदि $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ तथा $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$ है, तो **1**

(A) $\Delta_1 = 2\Delta_2$ (B) $\Delta_2 = -2\Delta_1$

(C) $\Delta_1 = \Delta_2$ (D) $\Delta_2 = -\Delta_1$

5. x का एक मान जिसके लिए $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix} = 1$ है **1**

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

6. यदि आव्यूह A तथा B समान कोटि के विषम सममित आव्यूह हैं, तो निम्न में से कौन सा आव्यूह विषम सममित है ? **1**

(A) AB (B) AB + BA

(C) $(A + B)^2$ (D) A – B

7. अंतराल [0, 3] में $f(x) = x^3 - 12x$ का न्यूनतम मान है **1**

(A) –16 (B) –9

(C) 0 (D) 16

3. Which of the following properties is/are true for two matrices of suitable orders ? **1**

(i) $(A + B)' = A' + B'$ (ii) $(A - B)' = B' - A'$

(iii) $(AB)' = A'B'$ (iv) $(kAB)' = kB'A'$ (k is a scalar)

(A) (i) only (B) (i), (ii) and (iii)

(C) (i) and (ii) (D) (i) and (iv)

4. If $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ and $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$, then **1**

(A) $\Delta_1 = 2\Delta_2$ (B) $\Delta_2 = -2\Delta_1$

(C) $\Delta_1 = \Delta_2$ (D) $\Delta_2 = -\Delta_1$

5. One of the values of x for which $\begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix} = 1$ is **1**

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

6. If A and B are skew symmetric matrices of same order, then which of the following matrices is also skew symmetric ? **1**

(A) AB (B) AB + BA

(C) $(A + B)^2$ (D) A – B

7. The least value of $f(x) = x^3 - 12x$, $x \in [0, 3]$ is **1**

(A) –16 (B) –9

(C) 0 (D) 16

8. यदि $\int \frac{3ax}{b^2 + c^2x^2}\,dx = A \log \left| b^2 + c^2x^2 \right| + K$ है, तो A का मान है : **1**

(A) $3a$

(B) $\frac{3a}{2b^2}$

(C) $\frac{3a}{b^2c^2}$

(D) $\frac{3a}{2c^2}$

9. $\int_{-1}^{1} \frac{x^3}{x^2 + 2|x| + 1}\,dx$ का मान है : **1**

(A) 0

(B) $\log 2$

(C) $2 \log 2$

(D) $\frac{1}{2} \log 2$

10. वक्र $y = x|x|$, x-अक्ष एवं कोटियों $x = -1$ तथा $x = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है **1**

(A) 0

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{4}{3}$

11. अवकल समीकरण $R\frac{dx}{dy} + Px = Q$, जहाँ P, Q तथा R, y के फलन हैं, का समाकलन गुणक है **1**

(A) $e^{\int \frac{P}{Q} dy}$

(B) $e^{\int P dy}$

(C) $e^{\int \frac{P}{R} dy}$

(D) $e^{\int \frac{P}{R} dx}$

8. If $\int \frac{3ax}{b^2 + c^2x^2}\,dx = A \log \left| b^2 + c^2x^2 \right| + K$, then the value of A is **1**

(A) $3a$ (B) $\frac{3a}{2b^2}$

(C) $\frac{3a}{b^2c^2}$ (D) $\frac{3a}{2c^2}$

9. The value of $\int_{-1}^{1} \frac{x^3}{x^2 + 2|x| + 1}\,dx$ is **1**

(A) 0 (B) log 2

(C) 2 log 2 (D) $\frac{1}{2}\log 2$

10. The area bounded by the curve $y = x|x|$, x-axis and the ordinates $x = -1$ and $x = 1$ is given by **1**

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

11. The integrating factor of differential equation $R\frac{dx}{dy} + Px = Q$ where P, Q, R are functions of y is **1**

(A) $e^{\int \frac{P}{Q} dy}$ (B) $e^{\int P dy}$

(C) $e^{\int \frac{P}{R} dy}$ (D) $e^{\int \frac{P}{R} dx}$

12. अवकल समीकरण $\frac{d}{dx}(e^y) = 0$ की कोटि तथा घात, क्रमश: हैं **1**

(A) 0, 1 (B) 1, 1

(C) 2, 1 (D) 1, परिभाषित नहीं है ।

13. p का वह मान जिसके लिए सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $2\hat{i} - p\hat{j} + \hat{k}$ परस्पर लंबवत हैं, है **1**

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{5}{2}$

14. m का वह मान जिसके लिए बिंदु जिनके स्थिति सदिश $-\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $2\hat{i} + m\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $3\hat{i} + 11\hat{j} + 6\hat{k}$ हैं, संरेख हैं, है **1**

(A) 8 (B) –8

(C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

15. यदि $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 3$ तथा $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$ है, तो $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$ का मान है **1**

(A) $6\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$

(C) $12\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{12}$

16. बिंदु (2, 5, 7) से रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}$ पर डाले गए लंब की लंबाई है **1**

(A) 2 (B) 5

(C) $\sqrt{74}$ (D) $\sqrt{78}$

12. The order and degree of the differential equation $\frac{d}{dx}(e^y) = 0$ respectively are **1**

(A) 0, 1 (B) 1, 1

(C) 2, 1 (D) 1, not defined

13. The value of p for which vectors $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $2\hat{i} - p\hat{j} + \hat{k}$ are perpendicular to each other is **1**

(A) 0 (B) 1

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{5}{2}$

14. The value of m for which the points with position vectors $-\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $2\hat{i} + m\hat{j} + 5\hat{k}$ and $3\hat{i} + 11\hat{j} + 6\hat{k}$ are collinear, is **1**

(A) 8 (B) –8

(C) 2 (D) $\frac{5}{2}$

15. If $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 3$ and $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$, then the value of $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$ **1**

(A) $6\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$

(C) $12\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{12}$

16. The length of perpendicular drawn from point (2, 5, 7) on line $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{0}$ is **1**

(A) 2 (B) 5

(C) $\sqrt{74}$ (D) $\sqrt{78}$

17. एक LPP जिसका उद्देश्य फलन $Z = 5x + 7y$ है, का सुसंगत क्षेत्र नीचे दर्शाया गया है : **1**

[redacted]

Z का अधिकतम मान – Z का न्यूनतम मान है :

(A) 8 (B) 29

(C) 35 (D) 43

18. एक LPP के उद्देश्य फलन की घात है **1**

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) कोई प्राकृत संख्या

अभिकथन – तर्क आधारित प्रश्न

निर्देश : प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन (A) एवं तर्क (R) पर आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडो (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।

(A) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) तथा तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

19. **अभिकथन (A) :** एक निष्पक्ष पासे को उछालने के प्रयोग में, एक अभाज्य संख्या के आने की प्रायिकता, जबकि दिया है कि पासे पर एक विषम संख्या आई है, $\frac{2}{3}$ है । **1**

तर्क (R) : किन्हीं दो घटनाओं A तथा B के लिए $P7(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$

MATHEMATICS

17. The feasible region of a linear programming problem with objective function Z = $5x + 7y$ is shown below : **1**

[redacted]

The maximum value of Z – minimum value of Z is

(A) 8 (B) 29

(C) 35 (D) 43

18. The degree of an objective function of a linear programming problem is **1**

(A) 0 (B) 1

(C) 2 (D) Any natural number

Assertion – Reason Based Questions

Direction : Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions carrying **1** mark each. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and other labelled Reason (R).

Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and the Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is not the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true and Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false and Reason (R) is true.

19. **Assertion (A) :** In an experiment of throwing an unbiased die, the probability of getting a prime number given that number appearing on the die being odd is $\frac{2}{3}$. **1**

Reason (R) : For any two events A and B, $P(A|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)}$

MATHEMATICS

20. **अभिकथन (A) :** $x = py + q, z = ry + s$ तथा $x = p'y + q', z = r'y + s'$ द्वारा दी गई रेखाएँ परस्पर लंबवत हैं यदि $pp' + rr' = 1$ है। **1**

तर्क (R) **:** दो रेखाएँ $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda\vec{b}_1$ तथा $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu\vec{b}_2$ परस्पर लंबवत हैं यदि $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$ है।

खण्ड – ख

इस खण्ड में अति लघु-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न के **2** अंक हैं।

21. (a) जाँच कीजिए कि क्या f(x) द्वारा दिया गया फलन **2**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{2(x-3)}, & x < 3 \\ \dfrac{x-6}{6}, & x \geq 3 \end{cases}$$

$x = 3$ पर संतत है या नहीं।

अथवा

(b) यदि $\sqrt{3}(x^2 + y^2) = 4xy$ है, तो $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ पर $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। **2**

22. एक उलटे शंकु के आकार की रूम फ्रेशनर बोतल नियमित अंतरालों में स्प्रे करती है, जिससे बोतल में परफ्यूम के आयतन के घटने की दर $1\ mm^3/min.$ है। यदि शंक्वाकार बोतल का सेमी वर्टिकल कोण $\frac{\pi}{6}$ है तो बोतल में परफ्यूम के तल के घटने की दर ज्ञात कीजिए, जब बोतल में परफ्यूम का लेवल 10 mm हो। **2**

[redacted]

MATHEMATICS

20. **Assertion (A) :** Lines given by $x = py + q$, $z = ry + s$ and $x = p'y + q'$, $z = r'y + s'$ are perpendicular to each other when $pp' + rr' = 1$. **1**

Reason (R) : Two lines $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda\vec{b}_1$ and $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu\vec{b}_2$ are perpendicular to each other if $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2 = 0$.

SECTION – B

This section comprises Very Short Answer (VSA) type questions of **2** marks each.

21. (a) Check whether function f(x) defined as **2**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|}{2(x-3)}, & x < 3 \\ \dfrac{x-6}{6}, & x \geq 3 \end{cases}$$ is continuous at $x = 3$ or not ?

OR

(b) If $\sqrt{3}(x^2 + y^2) = 4xy$, then find $\frac{dy}{dx}$ at $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **2**

22. A room freshner bottle in the shape of an inverted cone sprays the perfume at regular intervals such that volume of the perfume in the bottle decreases at the steady rate of 1 mm^3/min. Find the rate at which level of perfume is dropping at an instant when level of perfume in the bottle is 10 mm, if the semi-vertical angle of conical bottle is $\frac{\pi}{6}$. **2**

[redacted]

MATHEMATICS

23. बिंदुओं P(1, 3, 2) तथा Q(–1, 0, 8) के लिए $\overrightarrow{QP}$ की दिशा में परिमाण 14 का एक सदिश ज्ञात कीजिए । **2**

24. सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{k}$ एक समांतर चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाओं को निरूपित करते हैं । इस चतुर्भुज के विकर्णों को निरूपित करने वाले सदिश ज्ञात कीजिए । अत: इन विकर्णों की लम्बाइयाँ भी ज्ञात कीजिए । **2**

25. (a) सरल कीजिए : $\tan^{-1}\left(\dfrac{\cos 2x - \sin 2x}{\cos 2x + \sin 2x}\right), 0 < x < \dfrac{\pi}{4}.$ **2**

अथवा

(b) मान ज्ञात कीजिए : $\tan\left(\sin^{-1} 1 - \cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$ **2**

खण्ड – ग

इस खण्ड में लघु-उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **3** अंक हैं ।

26. मान ज्ञात कीजिए : $\displaystyle\int_0^1 x \tan^{-1}x \, dx.$ **3**

27. (a) ज्ञात कीजिए : $\displaystyle\int \sqrt{\frac{x+2}{x-2}} \, dx$ **3**

अथवा

(b) ज्ञात कीजिए : $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^2+9)(x^2+16)} \, dx$ **3**

28. यदि $I_1 = \displaystyle\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1+\cos 2x}$ तथा $I_2 = \displaystyle\int_{-1/2}^{1/2} |x| \, dx$ है, तो दर्शाइए कि $I_1 - 4I_2 = 0.$ **3**

29. (a) अवकल समीकरण $x^2 \dfrac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । **3**

अथवा

(b) अवकल समीकरण $xy \dfrac{dy}{dx} = (x+2)(y+2)$, का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया है कि $y(1) = -1.$ **3**

23. Find the vector of magnitude 14 in the direction of $\overrightarrow{QP}$, where P and Q are the points (1, 3, 2) and (–1, 0, 8) respectively. **2**

24. Vectors $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{k}$ represent the two adjacent sides of a parallelogram. Find the vectors representing its diagonals and hence find their lengths. **2**

25. (a) Simplify : $\tan^{-1}\left(\dfrac{\cos 2x - \sin 2x}{\cos 2x + \sin 2x}\right)$, $0 < x < \dfrac{\pi}{4}$. **2**

OR

(b) Evaluate : $\tan\left(\sin^{-1} 1 - \cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$ **2**

SECTION – C

This section comprises Short Answer (SA) type questions of **3** marks each.

26. Evaluate : $\displaystyle\int_0^1 x \tan^{-1} x \, dx$. **3**

27. (a) Find $\displaystyle\int \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}\, dx$ **3**

OR

(b) Find : $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^2+9)(x^2+16)}\, dx$ **3**

28. If $I_1 = \displaystyle\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{dx}{1+\cos 2x}$ and $I_2 = \displaystyle\int_{-1/2}^{1/2} |x|\, dx$, then show that $I_1 - 4I_2 = 0$. **3**

29. (a) Find the general solution of the following differential equation : **3**

$x^2 \dfrac{dy}{dx} = x^2 + xy + y^2$

OR

(b) Find the particular solution of the differential equation **3**

$xy \dfrac{dy}{dx} = (x + 2)(y + 2)$, given that $y(1) = -1$.

30. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LLP) को ग्राफ द्वारा हल कीजिए : **3**

अवरोधों $x + y \le 7$,

$2x - 3y + 6 \ge 0$,

$x \ge 0, y \ge 0$

के अंतर्गत $Z = 13x - 15y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए ।

31. (a) दो थैलों में से थैला I में 3 लाल तथा 4 सफेद गेंदें हैं, जबकि थैला II में 8 लाल तथा 6 सफेद गेंदें हैं । एक पासा उछाला गया । यदि 3 से कम संख्या आई तो थैला I में से एक गेंद को यादृच्छया निकाला गया अन्यथा थैला II में से यादृच्छया एक गेंद को निकाला गया । दोनों थैलों में से एक में से निकाली गई गेंद के लाल रंग की होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए । **3**

अथवा

(b) दो घटनाओं X तथा Y में से कम से कम एक के एक साथ होने की प्रायिकता a है । यदि घटनाओं X, Y में ठीक एक के होने की संभावना b है, तो सिद्ध कीजिए कि $P(X') + P(Y') = 2 - 2a + b$. **3**

खण्ड – घ

इस खण्ड में दीर्घ–उत्तरीय प्रकार के प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **5** अंक हैं ।

32. (a) एक संबंध R, सभी पूर्णांकों के समुच्चय Z में इस प्रकार परिभाषित है कि $R = \{(x, y) : |x - y|$ एक अभाज्य संख्या 'p' से भाज्य है, $x, y \in Z\}$ है ।

जाँच कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है या नहीं । **5**

अथवा

(b) फलन $f : R - \left\{\frac{3}{5}\right\} \longrightarrow R - \left\{\frac{3}{5}\right\}$, इस प्रकार परिभाषित है $f(x) = \frac{3x + 2}{5x - 3}$. दर्शाइए कि f एक एकैकी एवं आच्छादक फलन है । **5**

30. Solve the following linear programming problem graphically : **3**

Minimize $Z = 13x - 15y$

Subject to constraints

$x + y \leq 7,$

$2x - 3y + 6 \geq 0,$

$x \geq 0, y \geq 0$

31. (a) Out of two bags, bag I contains 3 red and 4 white balls and bag II contains 8 red and 6 white balls. A die is thrown. If it shows a number less than 3 then a ball is drawn at random from bag I, otherwise a ball is drawn at random from bag II. Find the probability that the ball drawn from one of the bags is a red ball. **3**

OR

(b) The probability of simultaneous occurrence of atleast one of the two events X and Y is a. If the probability that exactly one of the events X, Y occurs is b, prove that $P(X') + P(Y') = 2 - 2a + b$. **3**

SECTION – D

This section comprises Long Answer (LA) type questions of **5** marks each.

32. (a) A relation R is defined on Z, the set of integers, as **5**

$R = \{(x, y) : |x - y| \text{ is divisible by a prime number 'p'}, x, y \in Z\}$

check whether R is an equivalence relation or not.

OR

(b) A function $f : R - \left\{\frac{3}{5}\right\} \longrightarrow R - \left\{\frac{3}{5}\right\}$ is defined as $f(x) = \frac{3x + 2}{5x - 3}$. Show that f is one-one and onto. **5**

MATHEMATICS

33. (a) यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

A^{-1} के प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$-2y + z = 7,\ 2x - y - z = 8,\ x - 2y = 10$ **5**

अथवा

(b) यदि $\begin{bmatrix} 3 & -1 & \sin 3x \\ -7 & 4 & \cos 2x \\ -11 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय (singular) आव्यूह है, तो x के सभी मान ज्ञात कीजिए जहाँ $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ है । **5**

34. यदि $x = \cos t,\ y = \cos mt$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0.$ **5**

35. जाँच कीजिए कि रेखाएँ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ तथा $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$, परस्पर समांतर हैं या नहीं । यदि समांतर हैं, तो उनके बीच की दूरी ज्ञात कीजिए, अन्यथा यदि रेखाएँ प्रतिच्छेदी हैं, तो उनका प्रतिच्छेदन बिंदु ज्ञात कीजिए । **5**

खण्ड – ङ

इस खण्ड में **3** प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं । प्रत्येक प्रश्न के **4** अंक हैं ।

36. एक ऑन-लाइन डिलिवरी कम्पनी के एक शहर में 5000 ग्राहक हैं तथा वह प्रत्येक ग्राहक से असीमित मुफ्त डिलिवरी के लिए ₹ 300 प्रतिवर्ष लेती है ।

[redacted]

कम्पनी अपना वार्षिक सदस्यता शुल्क बढ़ाना चाहती है । यह अनुमान है कि प्रत्येक ₹ 1 की बढ़ोतरी से 10 सदस्य छोड़ जाएँगे । माना कि कम्पनी ने वार्षिक शुल्क में ₹ x की बढ़ोतरी की ।

MATHEMATICS

33. (a) If $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the following system of equations :

$-2y + z = 7,\ 2x - y - z = 8,\ x - 2y = 10$ **5**

OR

(b) If $\begin{bmatrix} 3 & -1 & \sin 3x \\ -7 & 4 & \cos 2x \\ -11 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ is a singular matrix, then find all values of x where $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. **5**

34. If $x = \cos t$, $y = \cos mt$, prove that $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + m^2y = 0$. **5**

35. Check whether the lines given by $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ are parallel or not. If parallel, find the distance between them, otherwise find their point of intersection, if the lines are intersecting. **5**

SECTION – E

This section comprises of **3** case study based questions of **4** marks each.

36. An online delivery company in a city has 5000 subscribers and collects annual subscription fees of ₹ 300 per subscriber for unlimited free deliveries.

[redacted]

The company wishes to increase the annual subscription fee. It is predicted that, for every increase of ₹ 1, ten subscribers will discontinue. Assume that the company increased the annual fee by ₹ x.

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) वार्षिक शुल्क में ₹ x की बढ़ोतरी पर कितने सदस्य छोड़ जाएँगे ? **1**

(ii) यदि $R(x)$ वार्षिक शुल्क में ₹ x की बढ़ोतरी के बाद इकट्ठा हुए कुल राजस्व को दर्शाता है, तो $R(x)$ को x के फलन के रूप में व्यक्त कीजिए । **1**

(iii) (a) x का वह मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए $R(x)$ अधिकतम हो । **2**

अथवा

(iii) (b) वह उपअन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ (0, 5000) में $R(x)$ वर्धमान अथवा ह्रासमान है । **2**

37. एक ऑन-लाइन जैकपॉट में ₹ 3,00,000 का पहला इनाम, ₹ 2,00,000 के दो दूसरे इनाम और ₹ 50,000 के तीन तीसरे इनाम हैं । जैकपॉट के लिए प्रत्येक ₹ 100 मूल्य के 1,00,000 टिकटों की बिक्री से ₹ 1,00,00,000 एकत्र हुए ।

[redacted]

रोहन ने एक टिकट खरीदा ।

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) एक व्यक्ति कौन-कौन सी संभावित राशियाँ जीत सकता है ? **1**

(ii) (a) एक व्यक्ति द्वारा कम से कम ₹ 2,00,000 जीतने की क्या प्रायिकता है ? **2**

अथवा

(ii) (b) एक व्यक्ति के कुछ भी न जीतने की क्या प्रायिकता है ? **2**

(iii) एक अन्य जैकपॉट जिसमें इनाम की राशि ₹ 5,00,000 है, का एक टिकट भी रोहन ने लिया । इस जैकपॉट में जीतने की संभावना 1,00,000 में 1 है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि रोहन किसी एक ही जैकपॉट की टिकट पर इनाम जीतता है । **1**

Based on the given information, answer the following questions :

(i) How many subscribers will discontinue after an increase of ₹ x in annual fee ? **1**

(ii) If $R(x)$ denotes the total revenue collected after the increase of ₹ x in subscription fee, express $R(x)$ as a function of x. **1**

(iii) (a) Find the value of x for which $R(x)$ is maximum. **2**

OR

(iii) (b) Find the sub-intervals of $(0, 5000)$ in which $R(x)$ is increasing and decreasing. **2**

37. In an online jackpot, there is one first prize of ₹ 3,00,000, two second prizes of ₹ 2,00,000 each and three third prizes of ₹ 50,000 each.

[redacted]

A total of 1,00,000 jackpot tickets each costing ₹ 100 were sold there by raising a fund of ₹ 1,00,00,000.

Rohan bought one ticket.

Based on given information, answer the following questions :

(i) What are the possible amounts, the person can win ? **1**

(ii) (a) What is the probability that the person wins atleast ₹ 2,00,000 ? **2**

OR

(ii) (b) What is the probability that the person does not win any amount ? **2**

(iii) In another jackpot, Rohan also bought a ticket having a prize money of ₹ 5,00,000. The chances of winning the jackpot are 1 in 1,00,000. Find the probability that on exactly one of tickets he wins the jackpot. **1**

38. ट्रैफिक कम करने और रेडलाइट से बचने के लिए अकसर व्यस्त सड़कों पर गोल चक्कर बनाए जाते हैं ।

एक ऐसा ही गोल चक्कर इस प्रकार बनाया गया कि उसकी सीमा $C_1 : x^2 + y^2 = 64$ द्वारा प्रदत्त है । इस गोल चक्कर के मध्य में एक वृत्ताकार तालाब है जिसमें एक फव्वारा लगा हुआ है, जिसकी समीकरण $C_2 : x^2 + y^2 = 4$ द्वारा प्रदत्त है ।

उपरोक्त सूचनाओं के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) समीकरण C_1 तथा C_2 को आकृति से दर्शाइए । **1**

(ii) दोनों C_1 तथा C_2 के लिए y को x के फलन के रूप में दर्शाइए । ($y = f(x)$) **1**

(iii) (a) पूरे गोल चक्कर द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि से ज्ञात कीजिए । **2**

अथवा

(iii) (b) वृत्ताकार तालाब द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि द्वारा ज्ञात कीजिए । **2**

MATHEMATICS

38. Roundabouts are often made on busy roads to ease the traffic and avoid red lights.

One such round-about is made such that equation representing its boundary is given by C_1 ; $x^2 + y^2 = 64$.

There is a circular pond with a fountain in the middle of the roundabout whose equation is given by $C_2 : x^2 + y^2 = 4$.

Based on the given information, answer the following questions :

(i) Represent the given equations C_1 and C_2 with the help of a diagram. **1**

(ii) Express y as a function of x, (y = f(x)), for both C_1 an C_2. **1**

(iii) (a) Using integration find the area of region covered by the roundabout. **2**

OR

(iii) (b) Using integration, find the area of region covered by circular pond. **2**

MATHEMATICS

MATHEMATICS