Roll No. ....

Total No. of Questions : 19]

028/B

[Total No. of Printed Pages : 19

+ Graph Paper

SS

2325

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Science and Agriculture Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

Time Allowed : 3 Hours **Maximum Marks : 80**

(Punjabi Version)

ਨੋਟ : *(i)* *ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖ਼ਾਨੇ ਵਿਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ 028 ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ।*

(ii) *ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 32 ਪੰਨੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿਚ ਹਨ।*

(iii) *ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿਚ ਖ਼ਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।*

(iv) *ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ।*

(v) *ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਮਨ੍ਹਾਂ ਹੈ।*

(vi) *ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਅੰਕ ਉਸਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।*

(vii) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿਚ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

Section-A

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿਚ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਚੁਣੋ :

(i) ਜੇਕਰ $\vec{a}$ ਇਕ ਗ਼ੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਵੈਕਟਰ ਹੈ ਤਾਂ $|\vec{a} \times \vec{a}|$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) $|\vec{a}|$ (b) $|\vec{a}|^2$ (c) 1 (d) 0

(ii) ਅਸਮਾਨਤਾ $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ਦਾ ਨਾਮ ਹੈ : 1

(a) ਕੌਚੀ-ਸੁਆਰਜ਼ ਅਸਮਾਨਤਾ (b) ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਅਸਮਾਨਤਾ

(c) ਰੌਲੇ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ (d) ਲਗਰਾਜ ਦੀ ਅਸਮਾਨਤਾ

(iii) ਰੇਖਾ $\frac{x-5}{-4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z+3}{-8}$ ਦੀ ਵੈਕਟਰ ਸਮੀਕਰਣ ਹੈ : 1

(a) $\vec{r}=4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k}+\mu(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})$

(b) $\vec{r}=-4\hat{i}+5\hat{j}+8\hat{k}+\mu(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})$

(c) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu(4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k})$

(d) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu(-4\hat{i}+5\hat{j}-8\hat{k})$

(iv) ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆ ਵਿਚ ਉਦੇਸ਼ ਫਲਨ : 1

(a) ਹਮੇਸ਼ਾ ਦੋ ਘਾਤੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

(b) ਹਮੇਸ਼ਾ ਰੇਖੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

(c) ਸਮੱਸਿਆ 'ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਰੇਖੀ ਜਾਂ ਦੋ ਘਾਤੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ

(d) ਕਦੇ ਤਿੰਨ ਘਾਤੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ

(v) ਜੇਕਰ $P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{3}{8}$ ਅਤੇ $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$ ਹਨ ਤਾਂ $P(A|B)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

(vi) ਸਬੰਧ $R=\{(x,y): x<y^2$ ਜਿੱਥੇ $x, y\in\mathbb{R}\}$ ਹੈ : 1

(a) ਨਿਜਵਾਚਕ ਪਰ ਸਮਮਿਤਈ ਨਹੀਂ

(b) ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਸਕਰਮਕ ਪਰ ਨਿਜਵਾਚਕ ਨਹੀਂ

(c) ਨਿਜਵਾਚਕ ਅਤੇ ਸਮਮਿਤਈ

(d) ਨਾ ਨਿਜਵਾਚਕ, ਨਾ ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਸਕਰਮਕ

(vii) ਫਲਨ $\cos^{-1}$ ਦੀ ਰੇਂਜ ਹੈ : 1

(a) $[0,\pi]-\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $(0,\pi)$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)-\{0\}$ (d) $[0,\pi]$

(viii) ਜੇਕਰ A ਇਕ 2×2 ਕ੍ਰਮ ਦੀ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਹੈ ਅਤੇ $|A|=5$ ਤਾਂ $|\text{Adj.}(A)|$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) 25 (b) 125 (c) 5 (d) 10

(ix) ਜੇਕਰ $\begin{bmatrix} x-2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ ਹੈ, ਤਾਂ y ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 4

(x) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 8x}{5x} & , \quad x \neq 0 \\ m+1 & , \quad x = 0 \end{cases}$ ਬਿੰਦੂ $x = 0$ ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ m ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ : 1

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{8}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{3}$

(xi) ਜੇਕਰ $y = e^{\log x}$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਹੈ : 1

(a) $\log x - x$ (b) $xe^{\log x}$ (c) 1 (d) $e^{\log x}\log x$

(xii) ਇਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 2 m/s ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਵਧ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਸ ਦੇ ਘੇਰੇ ਦੇ ਵਧਣ ਦੀ ਦਰ ਹੈ : 1

(a) 4π m/s (b) 2 m/s (c) 2π m/s (d) 4 m/s

(xiii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(xiv) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(xv) ਡਿਫਰੈਂਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਣ $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ : 1

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

2. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਕਥਨਾਂ ਦੇ ਖ਼ਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ :

(i) ਜੇਕਰ $y = \tan x$ ਹੈ ਤਾਂ ਬਿੰਦੂ $x = \frac{\pi}{4}$ ਤੇ, $\frac{dy}{dx} =$ __________ 1

(ii) ਰੇਖਾ $\vec{r} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 5\hat{k} + s(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ-ਨਿਰਦੇਸ਼ __________ ਹਨ। 1

(iii) ਜੇਕਰ ਇਕ ਪਾਸਾ ਇਕ ਵਾਰੀ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ 'ਤੇ ਇਕ ਟਾਂਕ ਪ੍ਰਾਈਮ ਸੰਖਿਆ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ __________ ਹੈ। 1

(iv) $\sin^{-1}(1)$ ਦਾ ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ __________ ਹੈ। 1

(v) ਜੇਕਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A ਦਾ ਕ੍ਰਮ 3×2 ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $(A')'$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ __________ ਹੈ। 1

Section-B

3. ਇੰਟਗਰੇਸ਼ਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਚੱਕਰ $x^2+y^2=16$ ਦਾ ਪਹਿਲੀ ਚੌਥਾਈ ਵਿਚ ਬੰਨੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

4. ਇਕ ਗੋਲਾਕਾਰ ਗੁਬਾਰੇ ਦਾ ਆਇਤਨ 25 c.c./s ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਵਧ ਰਿਹਾ ਹੈ । ਉਸ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਵਧਣ ਦੀ ਦਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਉਸ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 5 cm ਹੈ । 2

5. ਫਲਨ $f(x)=2x^3-3x^2-12x+15$ ਦੇ ਨਾਜ਼ੁਕ ਬਿੰਦੂ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

6. ਉਸ ਦਾ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ ਅਤੇ $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ । 2

ਜਾਂ

p ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਵੈਕਟਰ $p\hat{i} - 8\hat{j} + 5\hat{k}$ ਅਤੇ $5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ ਆਪਸ ਵਿਚ ਲੰਬ ਹਨ । 2

7. ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ ਹਨ ਤਾਂ $(AB)' = B'A'$ ਦੀ ਪੜਤਾਲ ਕਰੋ । 2

8. $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ 2

ਜਾਂ

$\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ $x^3+2x^2y-3xy^2+y^3=100$ 2

9. $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 2

ਜਾਂ

$\int \frac{2x-3}{x^2+1}dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 2

Section-C

10. $\int \frac{3x+2}{(x^2+1)(x-2)} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । **4**

11. ਆਲੇਖ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ : **4**
ਅਨੁਬੰਧਾਂ $x+3y \le 60,\ x+y \ge 10,\ x-y \le 0,\ x \ge 0,\ y \ge 0$ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ $Z = 4x + 2y - 7$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮੀਕਰਨ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤੀਕਰਨ ਕਰੋ ।

12. $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ । **4**

ਜਾਂ

$x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦਿੱਤਾ ਹੈ $y = 1$ ਜਦ $x = 1$ ਹੈ । **4**

13. ਇਕ ਸਮੱਸਿਆ ਤਿੰਨ ਵਿਦਿਆਰਥੀਆਂ ਨੂੰ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ, ਜਿਸ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਉਨ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਭਾਵਨਾਵਾਂ 1/3, 1/5 ਅਤੇ 1/6 ਹਨ । ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ (i) ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਠੀਕ ਇਕ ਸਮੱਸਿਆ ਹੱਲ ਕਰਦਾ ਹੈ (ii) ਕੀ ਸਮੱਸਿਆ ਹੱਲ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ? **4**

ਜਾਂ

ਕਿਸੇ ਖ਼ਾਸ ਰੋਗ ਦੇ ਸਹੀ ਪ੍ਰੀਖਣ ਲਈ ਖ਼ੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ 99% ਅਸਰਦਾਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਜਦੋਂ ਅਸਲ ਵਿਚ ਰੋਗੀ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹੋਵੇ ਪਰ 0.5% ਵਾਰੀ ਕਿਸੇ ਠੀਕ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਖ਼ੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ 'ਤੇ ਪ੍ਰੀਖਣ ਗ਼ਲਤ ਰਿਪੋਰਟ ਦਿੰਦਾ ਹੈ, ਭਾਵ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਦਸਦਾ ਹੈ (ਉਦਾਹਰਣ ਵਜੋਂ, ਕਿਸੇ ਸਿਹਤਮੰਦ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰਨ 'ਤੇ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ 0.005 ਹੋਵੇਗੀ)। ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਆਬਾਦੀ ਵਿਚ 0.1% ਲੋਕ ਅਸਲ ਵਿਚ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹਨ ਤਾਂ ਕੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਇਕ ਵਿਅਕਤੀ ਉਸ ਰੋਗ ਤੋਂ ਪੀੜਤ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇਕਰ ਉਸ ਦੇ ਖ਼ੂਨ ਦੀ ਜਾਂਚ ਵਿਚ ਦੱਸਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਰੋਗ ਹੈ? **4**

14. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਫਲਨ $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{5x+3}{4}$ ਇਕ-ਇਕ ਅਤੇ ਉੱਤੇ ਹੈ । **4**

15. (a) ਡਿਟਰਮੀਨੈਂਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਬਿੰਦੂਆਂ $(-3, 6)$, $(-4, 4)$ ਅਤੇ $(k, -2)$ ਤੋਂ ਬਣੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 12 sq. units ਹੈ । **2**

(b) ਜੇਕਰ $X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ਅਤੇ $2X - Y = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ ਹੈ ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ Y ਪਤਾ ਕਰੋ । **2**

16. ਜੇਕਰ $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਪਤਾ ਕਰੋ । **4**

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ $x = \frac{1-t^2}{1+t^2},\ y = \frac{2t}{1+t^2}$ ਹੈ ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} = 0$ **4**

Section-D

17. ਇਕ 12 cm ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਗੋਲੇ ਵਿਚ ਉਕੇਰੇ ਇਕ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਆਇਤਨ ਵਾਲੇ ਲੰਬ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ । 6

ਜਾਂ

$\int \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 6

18. ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਣਾਂ ਦੀ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕਰੋ : 6

$5x + y - 3z = -10,\ 3x - 2y + z = -3,\ x + 3y + z = 4$

ਜਾਂ

(a) ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਇਕ ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਇਕ ਬਿਖਮ-ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿਚ ਦਰਸਾਓ । 4

(b) ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ਅਤੇ $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ਹੈ ਤਾਂ $f(A)$ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

19. (a) ਕੋਈ ਦੋ ਗ਼ੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a}$ ਅਤੇ $\vec{b}$ ਲਈ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ਹੈ । ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਨਾਮ ਵੀ ਦੱਸੋ । 4

(b) ਇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ ਅਤੇ $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ ਤੋਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ । ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

ਜਾਂ

(a) ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਨਿਊਨਤਮ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ : 4

$\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 9\hat{j} + \hat{k})$ & $\vec{r} = 2\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$

(b) ਰੇਖਾਵਾਂ $\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ ਅਤੇ 2

$\vec{r} = -3\hat{i} + 9\hat{j} - \hat{k} + \lambda(5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

(Hindi Version)

नोट : (i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर विषय-कोड/ पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/ पेपर-कोड 028 अवश्य लिखें।

(ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें मुख पृष्ठ सहित 32 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।

(iii) उत्तर-पुस्तिका में खाली छोड़े गए पृष्ठ/ पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/ प्रश्नों का मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।

(iv) **सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।**

(v) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है।

(vi) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिखाए गए हैं।

(vii) पंजाबी एवं हिन्दी भाषा में अंग्रेजी भाषा के ही यथार्थ अनुवादित प्रश्न दिए गए हैं। अत: किसी भी भ्रम की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाएगा।

Section-A

1. निम्नलिखित प्रश्नों में सही उत्तर का चुनाव कीजिए :

(i) यदि $\vec{a}$ एक गैर-शून्य सदिश है तो $|\vec{a}\times\vec{a}|$ बराबर है : 1

(a) $|\vec{a}|$ (b) $|\vec{a}|^2$ (c) 1 (d) 0

(ii) असमानता $|\vec{a}+\vec{b}|\le|\vec{a}|+|\vec{b}|$ का नाम है : 1

(a) कौची-शुआर्ज़ असमानता (b) त्रिभुज असमानता

(c) रोले की असमानता (d) लग्रांज की असमानता

(iii) रेखा $\frac{x-5}{-4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z+3}{-8}$ की सदिश समीकरण है : 1

(a) $\vec{r}=4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k}+\mu(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})$

(b) $\vec{r}=-4\hat{i}+5\hat{j}+8\hat{k}+\mu(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k})$

(c) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu(4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k})$

(d) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu(-4\hat{i}+5\hat{j}-8\hat{k})$

(iv) रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या में उद्देश्य फलन : 1

(a) सदा दो घाती होता है।

(b) सदा रैखिक होता है।

(c) समस्या पर निर्भर करते हुए कभी रैखिक अथवा दो घाती हो सकता है।

(d) कभी तीन घाती हो सकता है।

(v) यदि $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{8}$ तथा $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ हैं, तो $P(A|B)$ बराबर है : 1

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

(vi) सम्बन्ध $R = \{(x, y) : x < y^2$ जहाँ $x, y \in \mathbb{R}\}$ है : 1

(a) निजवाचक पर सममित नहीं

(b) सममित तथा संक्रामक पर निजवाचक नहीं

(c) निजवाचक तथा सममित

(d) ना निजवाचक, ना सममित तथा ना ही संक्रामक

(vii) फलन $\cos^{-1}$ रेंज है : 1

(a) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $(0, \pi)$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ (d) $[0, \pi]$

(viii) यदि A एक 2×2 क्रम की वर्ग आव्यूह है तथा $|A| = 5$ तो $|\text{Adj.}(A)|$ बराबर है : 1

(a) 25 (b) 125 (c) 5 (d) 10

(ix) यदि $\begin{bmatrix} x - 2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ है, तो y बराबर है : 1

(a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 4

(x) यदि $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 8x}{5x}, & x \neq 0 \\ m + 1, & x = 0 \end{cases}$ बिन्दु $x = 0$ पर संतत है तो m का मूल्य ज्ञात कीजिए । 1

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{8}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{3}$

(xi) यदि $y = e^{\log x}$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ है : 1

(a) $\log x - x$ (b) $xe^{\log x}$ (c) 1 (d) $e^{\log x}\log x$

(xii) एक वृत्त का अर्धव्यास 2 m/s की दर से बढ़ रहा है। उसकी परिधि के बढ़ने की दर है : 1

(a) 4π m/s (b) 2 m/s (c) 2π m/s (d) 4 m/s

(xiii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ बराबर है : 1

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(xiv) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$ बराबर है : 1

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(xv) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ का क्रम है : 1

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

2. निम्नलिखित कथनों के खाली स्थान भरो :

(i) यदि $y = \tan x$ है तो बिन्दु $x = \frac{\pi}{4}$ पर, $\frac{dy}{dx} =$ ________ 1

(ii) सीधी रेखा $\vec{r} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 5\hat{k} + s(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ के दिशा अनुपात ________ हैं। 1

(iii) यदि एक पासा एक बार फेंका जाता है तो उस पर एक विषम (odd) प्राइम संख्या आने की प्रायिकता ________ है। 1

(iv) $\sin^{-1}(1)$ का प्रमुख मूल्य ________ है। 1

(v) यदि आव्यूह A का क्रम 3×2 है तो आव्यूह $(A')'$ का क्रम ________ है। 1

Section-B

3. समाकलन का उपयोग करके वृत्त $x^2 + y^2 = 16$ का पहली चौथाई में बंधे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। **2**

4. एक गोलाकार गुब्बारे का आयतन 25 c.c./s की दर से बढ़ रहा है। उसकी सतह के क्षेत्रफल के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए जब उसका अर्धव्यास 5 cm है। **2**

5. फलन $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 15$ के क्रांतिक बिन्दु ज्ञात कीजिए। **2**

6. उस त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ द्वारा दी गई है। **2**

अथवा

p का मूल्य ज्ञात कीजिए यदि सदिश $p\hat{i} - 8\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ परस्पर लम्ब हैं। **2**

7. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ हैं तो $(AB)' = B'A'$ की पड़ताल कीजिए। **2**

8. $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ है। **2**

अथवा

$\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $x^3 + 2x^2y - 3xy^2 + y^3 = 100$ है। **2**

9. $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1 + x^2} dx$ का मूल्यांकन कीजिए।

अथवा

$\int \frac{2x-3}{x^2 + 1} dx$ का मूल्यांकन कीजिए।

541157

Section-C

10. $\int \frac{3x + 2}{(x^2 + 1)(x - 2)} dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

11. आलेख द्वारा निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या को हल कीजिए : 4
अनुबंधों $x + 3y \leq 60$, $x + y \geq 10$, $x - y \leq 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ के अनुसार $Z = 4x + 2y - 7$ का अधिकतमिकरण तथा न्यूनतमिकरण कीजिए।

12. $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$ को हल कीजिए। 4

अथवा

$x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$ को हल कीजिए जहाँ दिया गया है $y = 1$ जब $x = 1$ है। 4

13. एक समस्या तीन विद्यार्थियों को दी गई जिसको हल करने की उनकी प्रायिकताएँ 1/3, 1/5 तथा 1/6 हैं। क्या प्रायिकता है कि (i) उनमें से ठीक एक समस्या हल करता है? (ii) समस्या हल हो जाती है? 4

अथवा

किसी ख़ास रोग के सही परीक्षण के लिए खून की जाँच 99% असरकारक है, जबकि असल में रोगी उस रोग से पीड़ित है। परन्तु 0.5% बार किसी स्वस्थ व्यक्ति के खून की जाँच करने पर परीक्षण गलत रिपोर्ट देता है। (उदाहरणार्थ, किसी स्वस्थ व्यक्ति की जाँच करने पर उस व्यक्ति के रोग से पीड़ित होने की प्रायिकता 0.005 होगी।) यदि किसी आबादी में 0.1% लोग उस रोग से पीड़ित हैं, तो क्या प्रायिकता है कि कोई चुना हुआ व्यक्ति उस रोग से पीड़ित होगा यदि उसके खून की जाँच में बताया जाता है कि उसको रोग है? 4

14. सिद्ध कीजिए कि फलन $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{5x + 3}{4}$ एकैकी तथा आच्छादि है। 4

15. (a) सारणिक का उपयोग करके k का मूल्य ज्ञात कीजिए यदि बिन्दुओं $(-3, 6)$, $(-4, 4)$ तथा $(k, -2)$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 sq. units है। 2

(b) यदि $X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ तथा $2X - Y = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ है तो आव्यूह Y ज्ञात कीजिए। 2

16. यदि $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

यदि $x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$, $y = \frac{2t}{1 + t^2}$ है, तो सिद्ध कीजिए; $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} = 0$ 4

Section-D

17. एक 12 cm अर्धव्यास वाले गोले के अंतर्गत उकेरे एक अधिकतम आयतन वाले लम्ब वृत्तीय शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

$\int \frac{x^2}{x^4+1}\,dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 6

18. निम्नलिखित रैखिक समीकरणों की प्रणाली को आव्यूह विधि द्वारा हल कीजिए : 6

$5x + y - 3z = -10,\ 3x - 2y + z = -3,\ x + 3y + z = 4$

अथवा

(a) आव्यूह $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम-सममित आव्यूह के जोड़ के रूप में दर्शाइए। 4

(b) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ तथा $f(x) = x^2 + 2x - 3$ है, तो $f(A)$ ज्ञात कीजिए। 2

19. (a) किन्हीं दो गैर-शून्य सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a} + \vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$ है। इस असमानता का नाम भी बताइए। 4

(b) एक समानांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ से दी गई हैं। समानांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

(a) निम्नलिखित रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए : 4

$\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 9\hat{j} + \hat{k})$ तथा $\vec{r} = 2\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$

(b) रेखाओं $\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ तथा 2

$\vec{r} = -3\hat{i} + 9\hat{j} - \hat{k} + \lambda(5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$ के बीच कोण ज्ञात कीजिए।

(English Version)

Note :

(i) *You must write the subject-code/paper-code* ***028*** *in the box provided on the title page of your answer-book.*

(ii) *Make sure that the answer-book contains 32 pages (including title page) and are properly serialled as soon as you receive it.*

(iii) *Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.*

(iv) ***All*** *questions are* ***compulsory.***

(v) *Use of calculators is not permitted.*

(vi) *Marks allotted to each question are indicated against it.*

(vii) *Punjabi and Hindi Versions of questions are true translation of English Version. So in the case of any confusion consider English Version to be Correct.*

Section-A

1. Choose the correct options in the following questions :

(i) If $\vec{a}$ is a non-zero vector then $\left|\vec{a}\times\vec{a}\right|$ is equal to : **1**

(a) $\left|\vec{a}\right|$ (b) $\left|\vec{a}\right|^2$ (c) 1 (d) 0

(ii) Name of the inequality $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\le\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|$ is : **1**

(a) Cauchy-Schwartz Inequality (b) Triangle Inequality

(c) Rolle's Inequality (d) Lagrange's Inequality

(iii) Vector equation of the line $\dfrac{x-5}{-4}=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z+3}{-8}$ is : **1**

(a) $\vec{r}=4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k}+\mu\left(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}\right)$

(b) $\vec{r}=-4\hat{i}+5\hat{j}+8\hat{k}+\mu\left(5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}\right)$

(c) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu\left(4\hat{i}-5\hat{j}-8\hat{k}\right)$

(d) $\vec{r}=5\hat{i}+3\hat{j}-3\hat{k}+\mu\left(-4\hat{i}+5\hat{j}-8\hat{k}\right)$

(iv) Objective function of a linear programming problem is : 1

(a) Always quadratic

(b) Always linear

(c) May be linear or quadratic depending on the problem

(d) May be cubic sometimes

(v) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ then $P(A|B)$ is equal to : 1

(a) $\frac{2}{5}$ (b) $\frac{8}{15}$ (c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{8}$

(vi) Relation $R = \{(x, y) : x < y^2 \text{ where } x, y \in \mathbb{R}\}$ is : 1

(a) Reflexive but not symmetric.

(b) Symmetric and transitive but not Reflexive.

(c) Reflexive and Symmetric.

(d) Neither reflexive nor symmetric nor transitive.

(vii) Range of function $\cos^{-1}$ is : 1

(a) $[0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ (b) $(0, \pi)$

(c) $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) - \{0\}$ (d) $[0, \pi]$

(viii) If A is a square matrix of order 2×2 and $|A| = 5$; then $|\text{Adj. }(A)|$ is : 1

(a) 25 (b) 125 (c) 5 (d) 10

(ix) If $\begin{bmatrix} x - 2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, then y is equal to : 1

(a) 1 (b) 3 (c) 2 (d) 4

(x) If $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 8x}{5x} & , \quad x \neq 0 \\ m + 1 & , \quad x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x = 0$ then value of m is : 1

(a) $\frac{5}{8}$ (b) $\frac{8}{5}$ (c) $\frac{3}{5}$ (d) $\frac{5}{3}$

(xi) If $y = e^{\log x}$ then $\frac{dy}{dx}$ is : 1

(a) $\log x - x$ (b) $x e^{\log x}$ (c) 1 (d) $e^{\log x} \log x$

(xii) Radius of a circle is increasing at the rate of 2 m/s. Rate of change of its circumference is : 1

(a) 4π m/s (b) 2 m/s (c) 2π m/s (d) 4 m/s

(xiii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ is equal to : 1

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{\pi}{12}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(xiv) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + x^2}$ is equal to : 1

(a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{6}$

(xv) Order of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ is : 1

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

544157

2. Fill in the blanks in the following :

(i) If $y = \tan x$ then at $x = \frac{\pi}{4}$, $\frac{dy}{dx} =$ ________ 1

(ii) Direction ratios of straight line $\vec{r} = 4\hat{i} - 7\hat{j} + 5\hat{k} + s(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ are ________. 1

(iii) If a dice is tossed once then probability of getting an odd prime number is ______ 1

(iv) Principal value of $\sin^{-1}(1)$ is ______ 1

(v) If order of the matrix A is 3×2 then order of matrix $(A')'$ is ______ 1

5441157

Section-B

3. Using integration, find the area bounded by the circle $x^2 + y^2 = 16$ in the first quadrant. 2

4. The volume of spherical balloon is increasing at the rate of 25 c.c./s. Find the rate of change of its surface area at the instant when its radius is 5 cm. 2

5. Find the critical points of function $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 15$. 2

6. Find the area of triangle whose sides are given by vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ & $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$. 2

5441157

OR

Find the value of p if the vectors $p\hat{i} - 8\hat{j} + 5\hat{k}$ and $5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ are perpendicular to each other. 2

7. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ then verify that $(AB)' = B'A'$ 2

5441157

8. Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \tan^{-1}\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ 2

OR

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x^3 + 2x^2y - 3xy^2 + y^3 = 100$ 2

9. Evaluate $\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}dx$ 2

OR

Evaluate $\int \frac{2x-3}{x^2+1}dx$ 2

544157

Section-C

10. Evaluate $\int \frac{3x+2}{(x^2+1)(x-2)}dx$ 4

11. Solve the following linear programming problem graphically : 4

Maximise and minimise $Z = 4x + 2y - 7$ subject to the constraints

$x + 3y \leq 60,\ x + y \geq 10,\ x - y \leq 0,\ x \geq 0,\ y \geq 0$

12. Solve : $x \log x \frac{dy}{dx} + y = \frac{2}{x} \log x$ 4

OR

Solve : $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2)dx = 0$; given that $y = 1$ when $x = 1$ 4

13. A problem is given to 3 students whose chances of solving it are 1/3, 1/5 and 1/6. What is the probability that (i) exactly one of them solves the problem (ii) the problem is solved. 4

OR

A laboratory blood test is 99% effective in detecting a certain disease when it is in fact present. However, the test also yields a false positive result for 0.5% of the healthy person tested (i.e. if a healthy person is tested, then, with the probability 0.005, the test will imply he has the disease). If 0.1% of the population actually has the disease, what is the probability that a person has the disease given that his test result is positive ? 4

14. Prove that the function $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{5x+3}{4}$ is one-one and onto. 4

15. (a) Using determinants, find the value of k if the area of the triangle formed by the points $(-3, 6)$, $(-4, 4)$ and $(k, -2)$ is 12 sq. units. 2

(b) If $X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ and $2X - Y = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ then find the matrix Y. 2

16. If $y = x^{\sin x} + (\sin x)^x$ then find $\frac{dy}{dx}$. 4

OR

If $x = \frac{1-t^2}{1+t^2},\ y = \frac{2t}{1+t^2}$ then prove that $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{y} = 0$ 4

Section-D

17. Find the height of the right circular cone of maximum volume, which is inscribed in a sphere of radius 12 cm. 6

OR

Evaluate $\int \frac{x^2}{x^4+1} dx$ 6

18. Solve the following system of linear equations by matrix method : 6

$5x + y - 3z = -10,\ 3x - 2y + z = -3,\ x + 3y + z = 4$

OR

(a) Express $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix. 4

(b) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ and $f(x) = x^2 + 2x - 3$ then find $f(A)$. 2

5441157

19\. (a) Prove that for any two non-zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, $|\vec{a} + \vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$. Also write the name of this inequality. **4**

(b) Adjacent sides of a parallelogram are given by $6\hat{i} - \hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$. Find the area of the parallelogram. **2**

OR

(a) Find the shortest distance between the following pairs of lines : **4**

$$\vec{r} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 9\hat{j} + \hat{k}) \ \& \ \vec{r} = 2\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k} + \lambda(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

(b) Find the angle between the lines **2**

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k} + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) \ \& \ \vec{r} = -3\hat{i} + 9\hat{j} - \hat{k} + \lambda(5\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$$

544157

-o0o-