Total No. of Questions : 18]

028/C

[Total No. of Printed Pages : 19

\+ Graph Paper

SS

2326

ਸਲਾਨਾ ਪਰੀਖਿਆ ਪ੍ਰਣਾਲੀ

MATHEMATICS

(Common for Humanities, Science and Agriculture Groups)

(Punjabi, Hindi and English Versions)

Time Allowed : 3 Hours **Maximum Marks : 80**

(Punjabi Version)

ਨੋਟ : (i) ਆਪਣੀ ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਦੇ ਟਾਈਟਲ ਪੰਨੇ 'ਤੇ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ ਵਾਲੇ ਖ਼ਾਨੇ ਵਿਚ ਵਿਸ਼ਾ-ਕੋਡ/ਪੇਪਰ-ਕੋਡ 028 ਜ਼ਰੂਰ ਦਰਜ ਕਰੋ।

(ii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਲੈਂਦੇ ਹੀ ਇਸ ਦੇ ਪੰਨੇ ਗਿਣ ਕੇ ਦੇਖ ਲਓ ਕਿ ਇਸ ਟਾਈਟਲ ਸਹਿਤ 32 ਪੰਨੇ ਠੀਕ ਕ੍ਰਮ ਵਿਚ ਹਨ।

(iii) ਉੱਤਰ-ਪੱਤਰੀ ਵਿਚ ਖ਼ਾਲੀ ਪੰਨਾ/ਪੰਨੇ ਛੱਡਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪ੍ਰਸ਼ਨ/ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਮੁਲਾਂਕਣ ਨਹੀਂ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇਗਾ।

(iv) ਸਾਰੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹਨ।

(v) ਕੈਲਕੂਲੇਟਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਮਨ੍ਹਾਂ ਹੈ ਪਰ ਲੌਗ-ਟੇਬਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।

(vi) ਹਰੇਕ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦੇ ਅੰਕ ਉਸਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।

(vii) ਪੰਜਾਬੀ ਅਤੇ ਹਿੰਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੇ ਅਨੁਵਾਦ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਭਰਮ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿਚ ਅੰਗਰੇਜ਼ੀ ਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਨੂੰ ਹੀ ਸਹੀ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇਗਾ।

Section-A

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਚੁਣੋ :

(i) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ $\frac{1}{\pi}$ m/s ਦਰ ਨਾਲ ਵੱਧ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਉਸਦੇ ਘੇਰੇ ਦੇ ਬਦਲਾਅ ਦੀ ਦਰ ਹੈ : 1

(ੳ) 4π m/s (ਅ) 2 m/s (ੲ) 2π m/s (ਸ) 4 m/s

(ii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{\pi}{4}$ (ਅ) $\frac{\pi}{6}$ (ੲ) $\frac{\pi}{12}$ (ਸ) $\frac{\pi}{2}$

(iii) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{\pi}{2}$ (ਅ) $\frac{\pi}{4}$ (ੲ) $\frac{\pi}{3}$ (ਸ) $\frac{\pi}{6}$

(iv) ਡਿਫਰੈਨਸ਼ੀਅਲ ਸਮੀਕਰਨ $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ : 1

(ੳ) 3 (ਅ) 2 (ੲ) 1 (ਸ) 0

(v) ਜੇਕਰ $|\vec{a}| = 5$ units ਹੈ ਤਾਂ $|\vec{a} \times \vec{a}|$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) 5 units (ਅ) 25 units (ੲ) 1 units (ਸ) 0 units

(vi) ਜੇਕਰ $\vec{a} . \vec{b} = \sqrt{3}|\vec{a} \times \vec{b}|$ ਹੈ ਤਾਂ ਵੈਕਟਰ $\vec{a}$ ਅਤੇ ਵੈਕਟਰ $\vec{b}$ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{\pi}{2}$ (ਅ) $\frac{\pi}{6}$ (ੲ) $\frac{\pi}{4}$ (ਸ) $\frac{\pi}{3}$

(vii) ਜੇਕਰ $\begin{vmatrix} x & 0 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & 0 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$ ਹੈ ਤਾਂ x ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ : 1

(ੳ) 3 (ਅ) 2 (ੲ) 4 (ਸ) 8

(viii) ਜੇਕਰ $\begin{bmatrix} x-2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, ਹੈ ਤਾਂ y ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) 1 (ਅ) 3 (ੲ) 2 (ਸ) 4

(ix) ਜੇਕਰ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ A ਦਾ ਕ੍ਰਮ 2×3 ਤਾਂ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $(A')'$ ਦਾ ਕ੍ਰਮ ਹੈ : 1

(ੳ) 2×3 (ਅ) 3×2 (ੲ) 2×2 (ਸ) 3×3

(x) ਜੇਕਰ $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots \dots\}$ ਤਾਂ $f : \mathbf{Z} \to A$, $f(x) = x^2$ ਤੋਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਫਲਨ ਹੈ : 1

(ੳ) ਇੱਕ-ਇੱਕ ਪਰ ਉੱਤੇ ਨਹੀਂ (ਅ) ਉੱਤੇ ਪਰ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਨਹੀਂ

(ੲ) ਇੱਕ-ਇੱਕ ਅਤੇ ਉੱਤੇ (ਸ) ਨਾ ਇੱਕ-ਇੱਕ ਨਾ ਹੀ ਉੱਤੇ

(xi) ਫਲਨ $\operatorname{cosec}^{-1}$ ਦਾ ਪ੍ਰਾਂਤ ਹੈ : 1

(ੳ) $[-1, 1]$ (ਅ) $\mathbf{R} - (-1, 1)$ (ੲ) $\mathbf{R}$ (ਸ) $(-1, 1)$

(xii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ਦਾ ਮੁੱਖ ਮੁੱਲ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{\pi}{2}$ (ਅ) $\frac{\pi}{3}$ (ੲ) $\frac{\pi}{4}$ (ਸ) $\frac{\pi}{6}$

(xiii) ਜੇਕਰ $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 5x}{4x}, & x \neq 0 \\ m^2 - 1, & x = 0 \end{cases}$, (m > 0) ਬਿੰਦੂ $x = 0$ 'ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ ਤਾਂ m ਦਾ ਮੁੱਲ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{9}{4}$ (ਅ) $\frac{5}{4}$ (ੲ) $\frac{25}{16}$ (ਸ) $\frac{3}{2}$

(xiv) ਜੇਕਰ $y = e^{\log x}$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਹੈ : 1

(ੳ) $\log x - x$ (ਅ) $xe^{\log x}$ (ੲ) 1 (ਸ) $e^{\log x} \log x$

(xv) ਜੇਕਰ $y = \sec x$ ਹੈ ਤਾਂ ਬਿੰਦੂ $x = \frac{\pi}{4}$, ਤੇ $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) 1 (ਅ) $\sqrt{2}$ (ੲ) 2 (ਸ) 4

(xvi) ਰੇਖਾ $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k} + m(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ ਦੇ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਪਾਤ ਹਨ : 1

(ੳ) $<2, -3, 1>$ (ਅ) $<9, 2, 5>$ (ੲ) $<-2, 3, -1>$ (ਸ) $<9, -2, 5>$

(xvii) ਰੇਖਾ $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+3}{-8}$ ਦੀ ਵੈਕਟਰ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ : 1

(ੳ) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(ਅ) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(ੲ) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(ਸ) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k})$

2624160

(xviii) ਅਨੁਬੰਧਾਂ $x+y \le 7,\ x,\ y \geqslant 0$, ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ $Z=5x+3y+2$, ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਮੁੱਲ ਹੈ ਕਿਸ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਹੈ ? 1

(ੳ) (7, 0) (ਅ) (0, 7) (ੲ) (3, 4) (ਸ) (4, 3)

(xix) ਜੇਕਰ $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ ਅਤੇ $P(A \cup B) = \frac{27}{40}$ ਹੈ ਤਾਂ $P(A/B)$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ : 1

(ੳ) $\frac{2}{5}$ (ਅ) $\frac{8}{15}$ (ੲ) $\frac{2}{3}$ (ਸ) $\frac{5}{8}$

(xx) ਅਜੈ ਅਤੇ ਮੀਰਾ ਇੱਕ ਕੰਪਨੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਖ਼ਾਲੀ ਅਸਾਮੀਆਂ ਲਈ ਮੁਕਾਬਲਾ ਕਰ ਰਹੇ ਹਨ । ਅਜੈ ਦੇ ਚੁਣੇ ਜਾਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $\frac{7}{9}$ ਹੈ ਅਤੇ ਮੀਰਾ ਦੇ ਚੁਣੇ ਜਾਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $\frac{4}{7}$ ਹੈ । ਦੋਵਾਂ ਦੇ ਨਾ ਚੁਣੇ ਜਾਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਕੀ ਹੈ ? 1

(ੳ) $\frac{61}{63}$ (ਅ) $\frac{6}{63}$ (ੲ) $\frac{41}{63}$ (ਸ) $\frac{28}{63}$

Section-B

2. ਡਿਟਰਮੀਨੈਂਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿੰਦੂਆਂ $(2, -3)$ ਅਤੇ $(-5, 6)$ ਤੋਂ ਲੰਘਦੀ ਹੈ । 2

3. ਫਲਨ $f(x)=2x^3-15x^2+36x-19$ ਦੇ ਨਾਜ਼ੁਕ ਬਿੰਦੂ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

4. ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$ ਅਤੇ $\vec{b} = 9\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ ਵਿਚਕਾਰ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

5. $\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^2 x + 6\tan x - 7}\, dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 2

6. a ਅਤੇ b ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਫਲਨ $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x > 2 \\ 2, & x = 2 \\ 2ax - b, & x < 2 \end{cases}$ ਬਿੰਦੂ $x=2$ 'ਤੇ ਲਗਾਤਾਰ ਹੈ । 2

7. ਇੰਟੈਗਰੇਸ਼ਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਚੱਕਰ $x^2+y^2=9$ ਦਾ ਪਹਿਲੀ ਚੌਥਾਈ ਵਿੱਚ ਬੰਨੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

8. ਸਤਨਾਮ ਇੱਕ ਬੇਲਣਨੁਮਾ ਫ਼ਲਾਸਕ ਵਿੱਚ 400 cc/s ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਪਾਣੀ ਭਰ ਰਿਹਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਫ਼ਲਾਸਕ 4 cc/s ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਚੋਅ ਰਿਹਾ ਹੈ । ਦੱਸੋ ਫ਼ਲਾਸਕ ਵਿੱਚ ਪਾਣੀ ਦਾ ਪੱਧਰ ਵਧੇਗਾ ਜਾਂ ਘਟੇਗਾ ? ਪਾਣੀ ਦੇ ਪੱਧਰ ਦੇ ਬਦਲਣ ਦੀ ਦਰ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ ਫ਼ਲਾਸਕ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 3 cm ਹੈ । 2

Section-C

9. ਸੰਬੰਧ $R=\{(x, y): x \le y^2$ ਜਿਥੇ $x,y\in \mathbf{R}\}$ ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਸਮੂਹ **R** 'ਤੇ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਹੈ । ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਸੰਬੰਧ ਨਾ ਤਾਂ ਨਿਜਵਾਚਕ ਹੈ, ਨਾ ਹੀ ਸਮਮਿਤਈ ਹੈ ਅਤੇ ਨਾ ਹੀ ਸਕਰਮਕ ਹੈ । 4

10. ਜੇਕਰ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ਅਤੇ $f(x)=x^2-4x+1$ ਤਾਂ $f(A)$ ਪਤਾ ਕਰੋ । $f(A)$ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ A^{-1} ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

11. ਗ੍ਰਾਫ਼ ਰਾਹੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੀ ਰੇਖੀ ਪ੍ਰੋਗਰਾਮਿੰਗ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ : 4

ਅਨੁਬੰਧਾਂ $4x+y\geq 8$, $x+y\leq 8$, $x-y\geq 0$, $x\geq 0$, $y\geq 0$ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ $Z=3x+2y$ ਦਾ ਅਧਿਕਤਮ ਅਤੇ ਨਿਊਨਤਮ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

12. $x\log x\dfrac{dy}{dx}+y=\dfrac{2}{x}\log x$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ । 4

ਜਾਂ

$x^2dy-(3x^2+xy+y^2)dx=0$; ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ਜਦੋਂਕਿ ਦਿੱਤਾ ਹੈ $y=1$ ਜਦੋਂ $x=1$ ਹੈ । 4

13. ਥੈਲੇ I ਵਿੱਚ 4 ਲਾਲ ਗੇਂਦਾਂ ਅਤੇ 7 ਸਫ਼ੇਦ ਗੇਂਦਾਂ ਹਨ । ਥੈਲੇ II ਵਿੱਚ 5 ਲਾਲ ਗੇਂਦਾਂ ਅਤੇ 6 ਸਫ਼ੇਦ ਗੇਂਦਾਂ ਹਨ । ਅਕਸਮਾਤ ਨਾਲ ਕੋਈ ਇੱਕ ਥੈਲਾ ਚੁਣਿਆ ਗਿਆ ਅਤੇ ਉਸ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਕੱਢੀ ਗਈ । ਤਾਂ : 4

(i) ਇੱਕ ਲਾਲ ਗੇਂਦ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

(ii) ਇੱਕ ਸਫੇਦ ਗੇਂਦ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਕਿਹੜੇ ਰੰਗ ਦੀ ਗੇਂਦ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਵੱਧ ਹੈ ?

14. ਜੇਕਰ $f(x) = (\tan x)^x$, $g(x) = x^{\tan x}$, ਹੈ, ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ $f(x)$ ਅਤੇ $g(x)$ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਫਲਨ ਸਵਤੰਤਰ ਚਲ x ਦੇ ਬਾਬਤ ਘੱਟ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਬਦਲ ਰਿਹਾ ਹੈ ਜਦੋਂ $x = \frac{\pi}{4}$ ਹੈ। $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ਅਤੇ $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ਵਿਚਕਾਰ ਫ਼ਰਕ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ । 4

($\pi = 3.14$ ਅਤੇ $\log_e\left(\frac{\pi}{4}\right) = -0.2$ ਲਵੋ)

ਜਾਂ

ਜੇਕਰ $y = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{dy}{dx}$ ਅਤੇ $\frac{d^2y}{dx^2}$ ਪਤਾ ਕਰੋ । ਇਸਦੇ ਨਾਲ ਹੀ ਬਿੰਦੂ $x=1$ 'ਤੇ ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\frac{dy}{dx} > \frac{d^2y}{dx^2}$. 4

15. $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)(x+3)}\,dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 4

ਜਾਂ

$\int e^{3x} \cos 5x \, dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 4

Section-D

16. (a) ਕੋਈ ਦੋ ਗ਼ੈਰ-ਸਿਫ਼ਰ ਵੈਕਟਰਾਂ $\vec{a}$ ਅਤੇ $\vec{b}$ ਲਈ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\left|\vec{a} + \vec{b}\right| \le \left|\vec{a}\right| + \left|\vec{b}\right|$ ਹੈ। ਇਸ ਅਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਨਾਮ ਵੀ ਦੱਸੋ । 4

(b) ਵੈਕਟਰ $3\hat{i} - 2\hat{j} - 7\hat{k}$ ਦਾ, ਵੈਕਟਰ $9\hat{i} + \hat{j} + 7\hat{k}$ ਉੱਤੇ ਪ੍ਰਖੇਪਣ ਪਤਾ ਕਰੋ । 2

ਜਾਂ

ਹੇਠ ਲਿਖੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਨਿਊਨਤਮ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ : 6

$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k} + \mu\left(\hat{i} - 7\hat{j} + 2\hat{k}\right)$ ਅਤੇ $\vec{r} = 5\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k} + \lambda\left(6\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}\right)$.

17. ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਆਇਤ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਜਿਸ ਦੇ ਉੱਪਰ ਅਰਧ ਗੋਲ ਬਣਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ । ਜੇ ਖਿੜਕੀ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ 20 ਮੀਟਰ ਹੈ ਤਾਂ ਖਿੜਕੀ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਤਾਂ ਜੋ ਪੂਰੀ ਖਿੜਕੀ ਰਾਹੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਰੋਸ਼ਨੀ ਅੰਦਰ ਆ ਸਕੇ । 6

ਜਾਂ

(a) $\int \frac{1}{1+\tan x}\,dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 3

(b) $\int \sin x \sin 2x \sin 3x\,dx$ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰੋ । 3

18. ਜੇ ਰਵਨੀਤ ਦੀ ਮੌਜੂਦਾ ਉਮਰ ਦਾ ਦੋਗੁਣਾ, ਮਨੀਸ਼ਾ ਦੀ ਮੌਜੂਦਾ ਉਮਰ ਦੇ ਦੋਗੁਣੇ ਅਤੇ ਨਵਦੀਪ ਦੀ ਮੌਜੂਦਾ ਉਮਰ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ 4 ਮਿਲਦਾ ਹੈ । ਪੰਜ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਜੇ ਰਵਨੀਤ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਦੋਗੁਣੇ ਵਿਚੋਂ ਮਨੀਸ਼ਾ ਅਤੇ ਨਵਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਜੋੜ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ 8 ਮਿਲਦਾ ਹੈ । ਪੰਜ ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਜੇ ਰਵਨੀਤ ਅਤੇ ਨਵਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਜੋੜ ਵਿੱਚੋਂ ਮਨੀਸ਼ਾ ਦੀ ਉਮਰ ਦੇ ਦੋਗੁਣੇ ਨੂੰ ਘਟਾਇਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ 1 ਮਿਲਦਾ ਹੈ । ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਰਾਹੀਂ ਮਨੀਸ਼ਾ, ਰਵਨੀਤ ਅਤੇ ਨਵਦੀਪ ਦੀ ਮੌਜੂਦਾ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ । 6

ਜਾਂ

(a) ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਮਿਤਈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਬਿਖਮ-ਸਮਮਿਤਈ ਮੈਟ੍ਰਿਕਸ ਦੇ ਜੋੜ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿਚ ਦਰਸਾਓ । 4

(b) ਡੀਟਰਮੀਨੈਂਟ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ, ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੇ ਸਿਖਰ (3, −4), (−5, 9) ਅਤੇ (2, 7) ਹਨ । 2

(Hindi Version)

नोट :

(i) अपनी उत्तर-पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर विषय-कोड/ पेपर-कोड वाले खाने में विषय-कोड/ पेपर-कोड 028 अवश्य लिखें।

(ii) उत्तर-पुस्तिका लेते ही इसके पृष्ठ गिनकर देख लें कि इसमें मुख पृष्ठ सहित 32 पृष्ठ हैं एवं सही क्रम में हैं।

(iii) उत्तर प्रश्नों का/ पृष्ठों के पश्चात् हल किए गए प्रश्न/ पुस्तिका में खाली छोड़े गए पृष्ठ-मूल्यांकन नहीं किया जाएगा।

(iv) ***सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।***

(v) कैल्कुलेटर का उपयोग वर्जित है पर लॉग टेबल का उपयोग किया जा सकता है।

(vi) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सामने दिखाए गए हैं।

(vii) पंजाबी तथा हिन्दी में प्रश्न अंग्रेजी में प्रश्नों के अनुवाद हैं इसलिए किसी भ्रम कि स्थिति में अंग्रेजी में प्रश्न को सही माना जाए।

Section-A

1. निम्नलिखित प्रश्नों में सही उत्तर चुनो :

(i) एक वृत्त का अर्धव्यास $\frac{1}{\pi}$ m/s की दर से बढ़ रहा है। उसके घेरे के बदलाव की दर है : 1

(क) 4π m/s (ख) 2 m/s (ग) 2π m/s (घ) 4 m/s

(ii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ बराबर है : 1

(क) $\frac{\pi}{4}$ (ख) $\frac{\pi}{6}$ (ग) $\frac{\pi}{12}$ (घ) $\frac{\pi}{2}$

(iii) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ बराबर है : 1

(क) $\frac{\pi}{2}$ (ख) $\frac{\pi}{4}$ (ग) $\frac{\pi}{3}$ (घ) $\frac{\pi}{6}$

(iv) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ का क्रम है : 1

(क) 3 (ख) 2 (ग) 1 (घ) 0

(v) यदि $|\vec{a}| = 5$ units है तो $|\vec{a} \times \vec{a}|$ बराबर है : 1

(क) 5 units (ख) 25 units (ग) 1 units (घ) 0 units

(vi) यदि $\vec{a}.\vec{b} = \sqrt{3}|\vec{a} \times \vec{b}|$ है तो सदिश $\vec{a}$ तथा सदिश $\vec{b}$ के बीच कोण है : 1

(क) $\frac{\pi}{2}$ (ख) $\frac{\pi}{6}$ (ग) $\frac{\pi}{4}$ (घ) $\frac{\pi}{3}$

(vii) यदि $\begin{vmatrix} x & 0 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & 0 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$ है तो x का मूल्य है : 1

(क) 3 (ख) 2 (ग) 4 (घ) 8

(viii) यदि $\begin{bmatrix} x-2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, तो y बराबर है : 1

(क) 1 (ख) 3 (ग) 2 (घ) 4

(ix) यदि मैट्रिक्स A का क्रम 2×3 है तो मैट्रिक्स $(A')'$ का क्रम है : 1

(क) 2×3 (ख) 3×2 (ग) 2×2 (घ) 3×3

(x) यदि $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \ldots \ldots\}$ है तो $f : \mathbf{Z} \to A, f(x) = x^2$ से परिभाषित फलन है : 1

(क) एकैकी पर आच्छादि नहीं (ख) आच्छादि पर एकैकी नहीं

(ग) एकैकी तथा आच्छादि (घ) ना एकैकी ना ही आच्छादि

(xi) फलन cosec^{-1} का प्रांत है : 1

(क) $[-1, 1]$ (ख) $\mathbf{R} - (-1, 1)$ (ग) $\mathbf{R}$ (घ) $(-1, 1)$

(xii) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का प्रमुख मूल्य है : 1

(क) $\frac{\pi}{2}$ (ख) $\frac{\pi}{3}$ (ग) $\frac{\pi}{4}$ (घ) $\frac{\pi}{6}$

(xiii) यदि $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 5x}{4x}, & x \neq 0 \\ m^2 - 1, & x = 0 \end{cases}$, $(m > 0)$ बिन्दु $x = 0$ पर लगातार है तो m का मूल्य है : 1

(क) $\frac{9}{4}$ (ख) $\frac{5}{4}$ (ग) $\frac{25}{16}$ (घ) $\frac{3}{2}$

(xiv) यदि $y = e^{\log x}$ है तो $\frac{dy}{dx}$ है : 1

(क) $\log x - x$ (ख) $x e^{\log x}$ (ग) 1 (घ) $e^{\log x} \log x$

(xv) यदि $y = \sec x$ है तो बिन्दु $x = \frac{\pi}{4}$ पर $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ बराबर है : 1

(क) 1 (ख) $\sqrt{2}$ (ग) 2 (घ) 4

(xvi) रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k} + m(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ के दिशा अनुपात हैं : 1

(क) $\langle 2, -3, 1 \rangle$ (ख) $\langle 9, 2, 5 \rangle$ (ग) $\langle -2, 3, -1 \rangle$ (घ) $\langle 9, -2, 5 \rangle$

(xvii) रेखा $\frac{x-5}{-4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+3}{-8}$ की सदिश समीकरण है : 1

(क) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(ख) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(ग) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(घ) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(xviii) अनुबंधों $x + y \leq 7,\ x, y \geq 0$ के अनुसार $Z = 5x + 3y + 2$ का अधिकतम मूल्य किस बिन्दु पर है? 1

(क) (7, 0) (ख) (0, 7) (ग) (3, 4) (घ) (4, 3)

(xix) यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ तथा $P(A \cup B) = \frac{27}{40}$ है तो $P(A/B)$ बराबर है : 1

(क) $\frac{2}{5}$ (ख) $\frac{8}{15}$ (ग) $\frac{2}{3}$ (घ) $\frac{5}{8}$

(xx) अजय तथा मीरा एक कंपनी की दो खाली पदों के लिए मुकाबला कर रहे हैं। अजय के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{7}{9}$ है तथा मीरा के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{4}{7}$ है। दोनों के ना चुने जाने की प्रायिकता क्या है? 1

(क) $\frac{61}{63}$ (ख) $\frac{6}{63}$ (ग) $\frac{41}{63}$ (घ) $\frac{28}{63}$

Section-B

2. सारणिक के उपयोग द्वारा एक रेखा की समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं $(2, -3)$ तथा $(-5, 6)$ से होकर जाती है। 2

3. फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 19$ के क्रांतिक बिन्दु ज्ञात करो। 2

4. सदिशों $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 9\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ के बीच कोण ज्ञात करो। 2

5. $\displaystyle\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x + 6\tan x - 7}\,dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 2

6. a तथा b का मूल्य ज्ञात कीजिए यदि फलन $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x > 2 \\ 2, & x = 2 \\ 2ax - b, & x < 2 \end{cases}$ बिंदु $x = 2$ पर सतत है। 2

7. समाकलन के उपयोग से वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ का पहली चौथाई में बंधे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करो। 2

8. सतनाम एक बेलननुमा फ्लास्क में 400 cc/s की दर से पानी भर रहा है परन्तु फ्लास्क 4 cc/s की दर से रिस रहा है। फ्लास्क में पानी का स्तर बढेगा या घटेगा? पानी के स्तर के बदलाव की दर भी ज्ञात करो यदि फ्लास्क का अर्धव्यास 3 cm है। 2

Section-C

9. सम्बन्ध $R = \{(x, y): x \le y^2$ जहाँ $x, y \in \mathbf{R}\}$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय $\mathbf{R}$ पर परिभाषित है। दर्शाइए कि यह सम्बन्ध ना निजवाचक है ना सममित है तथा ना ही संक्रामक है। 4

10. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $f(x) = x^2 - 4x + 1$ है तो $f(A)$ ज्ञात करो। $f(A)$ के मूल्य के उपयोग से A^{-1} भी ज्ञात करो। 4

11. आलेख के उपयोग से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या को हल करो : 4

अनुबंधों $4x+y \geqslant 8,\ x+y \leq 8,\ x-y \geqslant 0,\ x \geqslant 0,\ y \geqslant 0$ के अनुसार $Z=3x+2y$ का अधिकतम तथा न्यूनतम मूल्य ज्ञात करो।

12. $x \log x \dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{2}{x} \log x$ को हल कीजिए। 4

अथवा

$x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$, को हल कीजिए जबकि दिया गया है $y=1$ जब $x=1$ है। 4

13. थैला I में 4 लाल गेंदें और 7 सफेद गेंदें हैं। थैला II में 5 लाल गेंदें और 6 सफेद गेंदें हैं। यादृच्छिक रूप से कोई एक थैला चुना गया और उसमें से एक गेंद निकाली गई। तो : 4

(i) एक लाल गेंद आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(ii) एक सफेद गेंद आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

किस रंग की गेंद आने की प्रायिकता अधिक है?

14. यदि $f(x) = (\tan x)^x$, $g(x) = x^{\tan x}$ है तो पता करो कि $f(x)$ तथा $g(x)$ में से कौन सा फलन स्वतंत्र चर x के बाबत कम तेज़ी से बदल रहा है जब कि $x = \dfrac{\pi}{4}$ है। $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ तथा $g'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ के बीच फर्क भी ज्ञात कीजिए। 4

($\pi = 3.14$ तथा $\log_e\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -0.2$ लें)

अथवा

यदि $y = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ है तो $\dfrac{dy}{dx}$ तथा $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ पता करो। इसके साथ, बिन्दु $x=1$ पर साबित करो $\dfrac{dy}{dx} > \dfrac{d^2y}{dx^2}$। 4

15. $\displaystyle\int \frac{1}{(x-1)(x-2)(x+3)}\, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

अथवा

$\displaystyle\int e^{3x} \cos 5x\, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 4

Section-D

16. (a) कोई दो गैर-शून्य सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए सिद्ध कीजिए कि $|\vec{a}+\vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$ है। इस असमानता का नाम भी बताइये। 4

(b) सदिश $3\hat{i}-2\hat{j}-7\hat{k}$ का, सदिश $9\hat{i}+\hat{j}+7\hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

निम्नलिखित रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए : 6

$\vec{r}=2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}+\mu(\hat{i}-7\hat{j}+2\hat{k})$ तथा $\vec{r}=5\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$.

17. एक खिड़की आयत के रूप में है जिसके ऊपर आधा वृत्त बना हुआ है। यदि खिड़की का परिमाप 20 मीटर है, तो खिड़की के वे आयाम ज्ञात कीजिए ताकि पूरी खिड़की में से अधिकतम प्रकाश अंदर आ सके। 6

अथवा

(a) $\int \frac{1}{1+\tan x}\,dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 3

(b) $\int \sin x \sin 2x \sin 3x \, dx$ का मूल्यांकन कीजिए। 3

18. यदि रवनीत की वर्तमान आयु का दोगुना, मनिशा की वर्तमान आयु के दोगुने और नवदीप की वर्तमान आयु के योग में से घटाया जाए तो 4 मिलता है। पाँच वर्ष पहले, यदि रवनीत की आयु के दोगुने में से मनिशा और नवदीप की आयु के योग को घटाया जाए तो 8 मिलता है। पाँच वर्ष बाद, यदि रवनीत और नवदीप की आयु के योग में से मनिशा की आयु के दोगुने को घटाया जाए तो 1 मिलता है। मैट्रिक्स का उपयोग करके मनिशा, रवनीत और नवदीप की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

(a) संचय $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ को एक सममित तथा एक विषम-सममित संचय के जोड़ के रूप में दर्शाओ। 4

(b) सारणिक के उपयोग से एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शिखर (3, −4), (−5, 9) तथा (2, 7) हैं। 2

(English Version)

Note :

(i) *You must write the subject-code/paper-code 028 in the box provided on the title page of your answer-book.*

(ii) *Make sure that the answer-book contains 32 pages (including title page) and are properly serialled as soon as you receive it.*

(iii) *Question/s attempted after leaving blank page/s in the answer-book would not be evaluated.*

(iv) *All questions are compulsory.*

(v) *Use of calculators is not allowed but Log Tables can be used.*

(vi) *Marks allotted to each question are indicated against it.*

(vii) *Punjabi and Hindi Versions of questions are translations of English Versions. So in the case of any confusion consider English Versions to be correct.*

Section-A

1. Choose the correct options in the following questions :

(i) Radius of a circle is increasing at the rate of $\frac{1}{\pi}$ m/s. Rate of change of its circumference is : 1

(A) 4π m/s (B) 2 m/s (C) 2π m/s (D) 4 m/s

(ii) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx$ is equal to : 1

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{12}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(iii) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ is equal to : 1

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

(iv) Order of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ is : 1

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

(v) If $\left|\vec{a}\right| = 5$ units then $\left|\vec{a} \times \vec{a}\right|$ is equal to : 1

(A) 5 units (B) 25 units (C) 1 units (D) 0 units

(vi) If $\vec{a} . \vec{b} = \sqrt{3}\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|$ then angle between vector $\vec{a}$ and vector $\vec{b}$ is : 1

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{6}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$

(vii) If $\begin{vmatrix} x & 0 \\ 1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 16 & 0 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}$ then value of x is : 1

(A) 3 (B) 2 (C) 4 (D) 8

(viii) If $\begin{bmatrix} x-2y & 0 \\ 5 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$, then y is equal to : 1

(A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

(ix) If the order of the matrix A is 2×3 then the order of the matrix $(A')'$ is : 1

(A) 2×3 (B) 3×2 (C) 2×2 (D) 3×3

(x) If $A = \{0, 1, 4, 9, 16, 25, \ldots \ldots\}$ then function defined by $f : \mathbf{Z} \to A$, $f(x) = x^2$ is : 1

(A) one-one but not onto (B) onto but not one-one

(C) one-one and onto (D) neither one-one nor onto

(xi) Domain of function cosec^{-1} is : 1

(A) $[-1, 1]$ (B) $\mathbf{R} - (-1, 1)$ (C) $\mathbf{R}$ (D) $(-1, 1)$

(xii) Principal value of $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is : 1

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

(xiii) If $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 5x}{4x}, & x \neq 0 \\ m^2 - 1, & x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x = 0$ $(m > 0)$ then value of m is : 1

(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $\frac{25}{16}$ (D) $\frac{3}{2}$

(xiv) If $y = e^{\log x}$ then $\dfrac{dy}{dx}$ is : 1

(A) $\log x - x$ (B) $x e^{\log x}$ (C) 1 (D) $e^{\log x} \log x$

(xv) If $y = \sec x$ then, at $x = \dfrac{\pi}{4}$, $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2$ is equal to : 1

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) 4

(xvi) Direction ratios of the straight line $\vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k} + m(9\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k})$ are : 1

(A) <2, −3, 1> (B) <9, 2, 5> (C) <−2, 3, −1> (D) <9, −2, 5>

(xvii) Vector equation of the line $\dfrac{x-5}{-4} = \dfrac{y-3}{5} = \dfrac{z+3}{-8}$ is : 1

(A) $\vec{r} = 4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(B) $\vec{r} = -4\hat{i} + 5\hat{j} + 8\hat{k} + \mu(5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$

(C) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(4\hat{i} - 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(D) $\vec{r} = 5\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k} + \mu(-4\hat{i} + 5\hat{j} - 8\hat{k})$

(xviii) Maximum value of $Z = 5x + 3y + 2$, subject to the constraints $x + y \leq 7$, $x, y \geq 0$, is on the point. 1

(A) (7, 0) (B) (0, 7) (C) (3, 4) (D) (4, 3)

(xix) If $P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B) = \dfrac{3}{8}$ and $P(A \cup B) = \dfrac{27}{40}$ then $P(A/B)$ is equal to : 1

(A) $\dfrac{2}{5}$ (B) $\dfrac{8}{15}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{5}{8}$

(xx) Ajay and Meera are contesting for two vacancies in a company. Probability of selection of Ajay is $\dfrac{7}{9}$ and that of Meera is $\dfrac{4}{7}$. What is the probability that both will be rejected ? 1

(A) $\dfrac{61}{63}$ (B) $\dfrac{6}{63}$ (C) $\dfrac{41}{63}$ (D) $\dfrac{28}{63}$

2224160

Section-B

2. Using determinants find the equation of a line which passes through the points (2, −3) and (−5, 6). 2

3. Find the critical points of function $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 19$. 2

4. Find the angle between vectors $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{b} = 9\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$. 2

5. Evaluate $\int \frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x + 6\tan x - 7}\,dx$. 2

6. Find the values of a and b if the function $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, & x > 2 \\ 2, & x = 2 \\ 2ax - b, & x < 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$. 2

7. Using integration, find the area bounded by the circle $x^2 + y^2 = 9$ in the first quadrant. 2

8. Satnam is pouring water in his cylindrical flask at the rate of 400 cc/s but flask is leaking at the rate of 4 cc/s. Will the water level increase or decrease in the flask ? Also find the rate of change of water level if radius of the flask is 3 cm. 2

Section-C

9. A relation $R = \{(x, y): x \le y^2$ where $x, y \in \mathbf{R}\}$ is defined on the set of real numbers **R**. Show that this relation is neither reflexive nor symmetric nor transitive. 4

10. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $f(x) = x^2 - 4x + 1$ then find $f(A)$. Also find A^{-1} using the value of $f(A)$. 4

11. Solve the following linear programming problem graphically : 4

Maximise and minimise $Z=3x+2y$ subject to the constraints $4x+y\geq 8$, $x+y\leq 8$, $x-y\geq 0$, $x\geq 0$, $y\geq 0$.

12. Solve : $x \log x \dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{2}{x} \log x$. 4

OR

Solve : $x^2 dy - (3x^2 + xy + y^2) dx = 0$; given that $y=1$ when $x=1$. 4

13. Bag I contains 4 red balls and 7 white balls. Bag II contains 5 red balls and 6 white balls. One of the bags is chosen at random and a ball is drawn from it. Find the probability of drawing : 4

(i) a red ball.

(ii) a white ball.

Which ball is more likely to be drawn ?

14. If $f(x)=(\tan x)^x$, $g(x)=x^{\tan x}$, then find that amongst $f(x)$ and $g(x)$, which function changes less rapidly with respect to the independent variable x, when $x = \dfrac{\pi}{4}$. Also find the difference between $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ and $g'\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$. 4

(Take $\pi=3.14$ and $\log_e\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = -0.2$)

OR

If $y = \log\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ then find $\dfrac{dy}{dx}$ and $\dfrac{d^2y}{dx^2}$. Also show that $\dfrac{dy}{dx} > \dfrac{d^2y}{dx^2}$ at $x=1$. 4

15. Evaluate $\displaystyle\int \frac{1}{(x-1)(x-2)(x+3)} dx$. 4

OR

Evaluate $\int e^{3x} \cos 5x \, dx$. 4

Section-D

16. (a) Prove that for any two non-zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, $|\vec{a}+\vec{b}| \le |\vec{a}| + |\vec{b}|$. Also write the name of this inequality. **4**

(b) Find the projection of vector $3\hat{i}-2\hat{j}-7\hat{k}$ on the vector $9\hat{i}+\hat{j}+7\hat{k}$. **2**

OR

Find the shortest distance between the following pairs of lines : **6**

$\vec{r}=2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}+\mu(\hat{i}-7\hat{j}+2\hat{k})$ and $\vec{r}=5\hat{i}-\hat{j}-4\hat{k}+\lambda(6\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$.

17. A window is in the form of a rectangle surmounted by a semi-circle. If perimeter of window is 20 m then find the dimensions of the window so that it can admit maximum light through the whole opening. **6**

OR

(a) Evaluate $\int \frac{1}{1+\tan x}\,dx$. **3**

(b) Evaluate $\int \sin x \sin 2x \sin 3x \, dx$. **3**

18. If double of Ravneet's present age is subtracted from the sum of double of Manisha's present age and Navdeep's present age then we get 4. Five years ago, if we subtract the sum of Manisha's age and Navdeep's age from the double of Ravneet's age then we get 8. After five years, if we subtract double of Manisha's age from the sum of Ravneet's and Navdeep's age then we get 1. Using matrices, find the present ages of Manisha, Ravneet and Navdeep. **6**

OR

(a) Express $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew-symmetric matrix. **4**

(b) Using determinant, find the area of a triangle whose vertices are (3, −4), (−5, 9) and (2, 7). **2**